

MAKALAH MATEMATIKA WAJIB

INTEGRAL FUNGSI



**Disusun oleh: MUKHAMAD SYAIFUR RIZAL, S.Pd
(199304112022211009)**

**PEMERINTAH PROVINSI JAWA TIMUR
DINAS PENDIDIKAN
SMA NEGERI 1 TEMPEH LUMAJANG**

E-mail : smantempeh1@gmail.com Kode POS 67371

Jl. Soekarno Hatta No. 130 Tempeh - Lumajang Telp. (0334) 520670/Fax (0334)
520670

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penyusun ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik dan tepat pada waktunya guna Penyusunan makalah untuk mata pelajaran “**Matematika Wajib**”, dengan judul “**Integral Fungsi**”.

Pada kesempatan ini, penyusun mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam penyusunan tugas makalah ini. Ucapan terima kasih tersebut penulis tujukan kepada:

1. **Seluruh rekan guru Matematika SMA Negeri 1 Tempeh Lumajang** yang telah banyak meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan saran selama penyusunan makalah ini;
2. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penyusun menyadari bahwa masih banyak terdapat kesalahan dalam penyusunan tugas makalah ini. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang membangun sangat penyusun harapkan guna perbaikan di kemudian hari. Akhir kata, semoga tugas makalah ini dapat berjalan sesuai rencana dan memberikan manfaat.

Lumajang, April 2023

Penyusun

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan.....	2
BAB II PEMBAHASAN	3
2.1 Sejarah Integral.....	3
2.2 Pengertian Integral	4
2.3 Integral Tak Tentu.....	5
2.4 Integral Tentu	5
BAB III PENUTUP	10
3.1 Kesimpulan	10
3.2 Saran.....	10
DAFTAR PUSTAKA	11

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang memiliki sifat universal, dimana matematika ini memiliki peran penting di semua bidang ilmu pengetahuan. Melalui perkembangan penalaran dan abstraksi, matematika berkembang dari pencacahan, perhitungan, pengukuran dan pengkajian sistematis terhadap bangun dan pergerakan benda-benda fisika. Matematika secara praktis menjadi salah satu kegiatan manusia sejak adanya rekaman tertulis.

Kini, matematika digunakan di seluruh dunia sebagai alat penting di berbagai bidang, termasuk ilmu alam, teknik, kedokteran/medis, dan ilmu sosial seperti ekonomi, dan psikologi. Matematika terapan, cabang matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan kadang-kadang mengarah pada pengembangan disiplin-disiplin ilmu yang sepenuhnya baru, seperti statistika dan teori permainan. Para matematikawan juga bergulat di dalam matematika murni, atau matematika untuk perkembangan matematika itu sendiri, tanpa adanya penerapan di dalam pikiran, meskipun penerapan praktis yang menjadi latar munculnya matematika murni ternyata seringkali ditemukan terkemudian.

Salah satu cabang dari Ilmu Matematika yang patut di pelajari adalah Integral. Integral adalah lawan dari proses diferensial. Integral terbagi atas beberapa jenis yaitu integral tertentu dan integral tak tentu. Perbedaan antara integral tertentu dan integral tak tentu yaitu jika integral tertentu memiliki batasan-batasan, integral tak tentu tidak memiliki batasan-batasan.

Penguasaan mata pelajaran Matematika khususnya mengenai integral bagi peserta didik juga berfungsi membentuk kompetensi program keahlian. Dengan mengajarkan Matematika khususnya dalam hal integral diharapkan peserta didik dapat menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari dan mengembangkan diri di

bidang keahlian dan pendidikan pada tingkat yang lebih tinggi. Oleh karena itu, disini saya akan membahas lebih lanjut mengenai integral.

1.2 Rumusan Masalah

- 1.2.1 Bagaimana sejarah Integral?
- 1.2.2 Apa yang dimaksud dengan Integral?
- 1.2.3 Apa yang dimaksud dengan Integral Tak Tentu ?
- 1.2.4 Apa yang dimaksud dengan Integral Tentu?

1.3 Tujuan

- 1.3.1 Untuk mengetahui sejarah Integral
- 1.3.2 Untuk mengetahui pengertian Integral
- 1.3.3 Untuk mengetahui Integral Tak Tentu
- 1.3.4 Untuk mengetahui Integral Tentu

BAB II

PEMBAHASAN

2.1 Sejarah Integral

Hitung integral merupakan metode matematika dengan latar belakang sejarah penemuan dan pengembangan yang agak unik. Metode ini banyak di minati oleh para ilmuwan lain di luar bidang matematika. Beberapa ilmuwan yang telah memberikan sumbangan terhadap penemuan dan pengembangan metode matematika hitung integral ini, di antaranya adalah:

1. Archimedes (287-212 SM), seorang fisikawan sekaligus matematikawan dari Syracuse, Yunani. Pada abad kedua sebelum masehi, Archimedes telah menemukan ide penjumlahan untuk menentukan luas sebuah daerah tertutup dan volume dari benda putar. Diantaranya adalah rumus lingkaran, luas segmen parabola, volume bola, volumekerucut, serta volume benda putar yang lain. Ide penjumlahan ini merupakan salah satu konsep dasar dari Kalkulus Integral.
2. Isaac Newton (1642-1727 M), seorang matematikawan sekaligus fisikawan dari Inggris. Isaac Newton dan Gottfried wilhelm Leibniz dalam kurun waktu yang hampir bersamaan, meskipun bekerja sendiri-sendiri, telah menemukan hubungan antara Kalkulus Differensial dan Kalkulus Integral. Walaupun konsep luas daerah yang dibatasi oleh kurva tertutup (integral tertentu) telah lebih dahulu diketahui, tetapi I Newton dan Leibniz merupakan dua tokoh terkemuka dalam sejarah Kalkulus. Sebab, mereka mampu mengungkapkan hubungan yang erat antara antiderivatif dengan intagral tertentu. Hubungan ini dikenal dengan Teorema Dasar Kalkulus.
3. Gottfried wilhelm Leibniz (1646-1716 M), seorang ilmuwan jenius dari Leipzig, Jerman. Leibniz seorang ilmuwan serba-bisa. Ia mendalami bidang hukum, agama, filsafat, sejarah, politik, geologi, dan matematika. Selain Teorema Dasar Kalkulus yang dikembangkan bersama Newton, Leibniz juga terkenal dengan pemakaian lambang matematika. Lambang dx/dy bagi

turunan dan lambang \int bagi integral merupakan lambang-lambang yang diusulkan oleh Leibniz dalam Hitung Differensial dan Hitung Integral.

4. George Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866 M), seorang matematikawan dari Gottingen, Jerman. Meskipun Teorema Dasar Kalkulus telah dikemukakan oleh Newton, namun Riemann memberi definisi mutakhir tentang integral tentu. Atas sumbangannya inilah integral tentu sering disebut sebagai Integral Riemann.

Asal Usul Notasi Integral

Konon dalam sejarah matematika, pelajaran integral lebih dikenal dengan anti-differensial atau kalo disekolah kita lebih mengenal kata “turunan” dibanding kata “differensial”. Jadi Integral itu adalah kebalikan dari turunan. Baik integral ataupun differensial, keduanya merupakan bagian dari ilmu Kalkulus dalam Matematika. Menurut sejarah, tokoh yang mengembangkan dan memperkenalkan konsep differensial dan anti-differensial (integral) dalam ilmu matematika adalah Gottfried Wilhelm Leibniz, atau lebih dikenal dengan Leibniz saja.

Nah, lambang integral seperti cacing berdiri dahulunya dikenal dengan “Notasi Leibniz”, karena Leibniz lah yang memperkenalkan konsep integral dalam Matematika, lambang integral seperti ini : \int , diambil dari huruf pertama nama si Leibniz, yaitu huruf “L”, namun pada zaman dahulu orang menuliskan huruf “L” dalam bentuk yang indah, seperti berikut \int

2.2 Pengertian Integral

Integral dapat di artikan sebagai menyusul ditemukannya masalah dalam diferensiasidi mana matematikawan harus berpikir bagaimana menyelesaikan masalah yang berkebalikan dengan solusi diferensiasi. Lambang integral adalah \int

Agar lebih dapat di mengerti perhatikan pernyataan berikut :

$$F_1(x) = x^2 + 5x - 6 \qquad \text{maka } F_1'(x) = 2x + 5$$

$$F_2(x) = x^2 + 5x + 12 \qquad \text{maka } F_2'(x) = 2x + 5$$

$$F_3(x) = x^2 + 5x$$

$$\text{maka } F'_3(x) = 2x + 5$$

Pada fungsi-fungsi yang berbeda konstanta di peroleh bentuk turunan / derivatif yang sama. Operasi dari $F(x)$ menjadi $F'(x)$ mer sebaliknya dari $F'(x)$ menjadi $F(x)$ disebut dengan INTEGRAL (anti turunan).

2.3 Integral Tak Tentu

Integral tak tentu atau antiderivatif adalah suatu bentuk operasi pengintegralan suatu fungsi yang menghasilkan suatu fungsi baru. Fungsi ini belum memiliki nilai pasti (berupa variabel), atau batas atas dan batas bawah sehingga cara pengintegralan yang menghasilkan fungsi tak tentu ini disebut Integral Tak Tentu. Adapun beberapa aturan yang dapat digunakan dalam penyelesaian integral:

- $\int dx = x + c$
- $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
- $\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$

2.4 Integral Tentu

Pengertian atau konsep integral tentu pertama kali dikenalkan oleh Newton dan Leibniz. Namun pengertian secara lebih modern dikenalkan oleh Riemann. Integral tentu adalah proses pengintegralan yang digunakan pada aplikasi integral. Pada beberapa aplikasi integral dikenal istilah batas bawah dan batas atas sebuah integral, batas inilah yang kemudian menjadi ciri khas sebuah integral dinamakan sebagai integral tertentu. Sebab berbeda dengan integral tak tentu yang tidak memiliki batas, maka pada integral tertentu ada sebuah nilai yang harus disubstitusi yang menyebabkan tidak adanya lagi nilai C (konstanta) pada setiap hasil integral dan menghasilkan nilai tertentu.

Secara umum integral tentu dari sebuah fungsi dengan batas tertentu dapat dirumuskan sebagai berikut :

Jika f kontinu pada $[a,b]$, maka $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ dengan F antiturunan sekarang dari f , yakni suatu fungsi sedemikian sehingga $F' = f$
 Suatu fungsi f yang kontinu terdefinisi untuk Interval $[a,b]$ kita bagi menjadi n bagian yang sama dengan lebar.

SIFAT :

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, a < c < b$$

Jika $f(x) \geq 0$ dalam interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

Jika $f(x) \leq 0$ dalam interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x)dx \leq 0$

CONTOH :

$$1. \int_0^3 5 - x dx = [5x - \frac{1}{2}x^2]_0^3 = 15 - 4\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} 2. \int_1^2 (4x - 3)dx &= \\ &= [2x^2 - 3x]_1^2 \\ &= \{ 2(2)^2 - 3(2) \} - \{ 2(1)^2 - 3(1) \} \\ &= \{ 8 - 6 \} - \{ 2 - 3 \} \\ &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

Contoh Soal:

1. Saat Ainun di bandara, Ainun melihat suatu pesawat udara yang diketahui kecepatannya saat menyentuh tanah adalah $V(t) = 180 - 20t$ dengan V dalam kaki/detik, panjang lintasan pesawat dari saat menyentuh tanah hingga berhenti adalah...

Jawab:

$$\begin{aligned}V(t) &= 180 - 20t \\ &= 180 - 20t = 0 \\ -20t &= -180 \\ t &= \frac{-180}{-20} \\ t &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V(t) &= 180 - 20t \\ \int(t) &= \int v(t) \\ &= \int_0^9 180 - 20t \\ &= [180t - 10t^2]_0^9 \\ &= 180(9) - 10(9)^2 - 180(0) - 10(0)^2 \\ &= 1620 - 810 \\ &= 810\end{aligned}$$

2. Saat pertandingan 11 IPS 2 dan 11 IPS 4 Fahmi menendang bola dengan kecepatan V m/detik. Pada saat t detik kecepatan bola dinyatakan dengan $V=25-t$. Tentukan posisi bola sebagai persamaan fungsi

Jawab:

$$\begin{aligned}V &= 25 - t \\ s(t) &= \int v(t) \\ s(t) &= \int 25 - t \\ s(t) &= 25t - \frac{1}{2}t^2 + c \\ s(6) &= 25(6) - \frac{1}{2}(6)^2 + c \\ &= 150 - 18 + c = 120\end{aligned}$$

$$c = 120 - 150 + 18$$

$$c = -12$$

$$s(t) = 25t - \frac{1}{2}t^2 - 12$$

3. Felisha melihat suatu benda yang bergerak pada lantai dengan kecepatan V m/s. Pada saat t detik benda tersebut mempunyai kecepatan $V = t^2 - C + 1$. Pada saat $t = 2$ secon benda tersebut mempunyai jarak 8m. Tentukan jarak tersebut bergerak selama 3 secon

Jawab:

$$V = t^2 - t + 1$$

$$s(t) = \int v(t)$$

$$s(t) = \int t^2 - t + 1$$

$$s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t + c$$

$$s(2) = \frac{1}{3}(2)^3 - \frac{1}{2}(2)^2 + 2 + c = 8$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 4 + 2 + c = 8$$

$$= \frac{8}{3} - 2 + 2 + c = 8$$

$$C = 8 - \frac{8}{3} = \frac{24-8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t + \frac{16}{3}$$

$$s(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - \frac{1}{2}(3)^2 + 3 + \frac{16}{3}$$

$$= 9 - \frac{9}{2} + 3 + \frac{16}{3}$$

$$= \frac{54-27-18+32}{6} = \frac{77}{6} = 12,8 \text{ meter}$$

4. Biaya yang dibutuhkan Afif dalam memproduksi X barang perbulan dinyatakan oleh $MC = 400 + 2x$. Jika biaya tetap bulanan pada saat $X = 100$ adalah 60.000. Maka persamaan fungsi biaya tetap adalah...

Jawab:

$$Tc(x) = \int mc(x)$$

$$Tc(x) = \int 400 + 2x$$

$$Tc(x) = 400x + x^2 + c$$

$$Tc(100) = 400(100) + (100)^2 + c = \int 60.000$$

$$40.000 + 10.000 + c = \int 60.000$$

$$c = 60.000 - 50.000$$

$$c = 10.000$$

$$Tc(x) = 400x + x^2 + 10.000$$

5. Risa mengetahui fungsi kecepatan suatu benda dalam waktu $V=6t+3$. Tentukan jarak yang ditempuh (s) setelah bergerak selama t:10 detik jika pada saat t:4 detik jarak yang ditempuh adalah 80 m

Jawab:

$$S = \int v dt$$

$$(2) t = 4 \rightarrow 5 = 3 + 3 + 3t + c$$

$$V = \int a dt$$

$$80 = 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + c$$

$$80 = 3 \cdot 16 + 12 + c$$

$$(1) s = \int v dt$$

$$80 = 48 + 12 + c$$

$$= \int (6t + 3) dt$$

$$80 = 60 + c$$

$$= \frac{6}{2}t^2 + 3t + c$$

$$S = 2$$

$$f = 3t^2 + 3t + c$$

$$S = 3t^2 + 3t + 20$$

$$(2) t = 10 \rightarrow S = 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 20$$

$$= 3 \cdot 100 + 30 + 20$$

$$S = 350 \text{ m}$$

Jarak yang ditempuh selama t = 10 detik adalah dt 350 meter

BAB III PENUTUP

3.1 Kesimpulan

Integral merupakan salah satu cabang ilmu matematika. Integral adalah Integral dapat di artikan sebagai menyusul ditemukannya masalah dalam diferensiasi di mana matematikawan harus berpikir bagaimana menyelesaikan masalah yang berkebalikan dengan solusi diferensiasi. Lambang integral adalah \int Integral terbagi atas integral tertentu dan integral tak tentu. Integral tak tentu memiliki tiga cara dalam penyelesaiannya yaitu cara biasa, cara substitusi, dan integral parsial. Pada integral tertentu proses pengintegralan yang digunakan pada aplikasi integral. Dengan konsep integral kita dapat menentukan luas daerah dan volume benda putar. Dalam kehidupan sehari-hari, integral memiliki beraneka macam manfaat baik dalam bidang ekonomi, teknologi, fisika, matematika, maupun bidang lain dalam kehidupan.

3.2 Saran

Penguasaan mata pelajaran Matematika khususnya mengenai integral bagi peserta didik juga berfungsi membentuk kompetensi program keahlian . Dengan mengajarkan Matematika khususnya dalam hal integral diharapkan peserta didik dapat menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari dan mengembangkan diri di bidang keahlian dan pendidikan pada tingkat yang lebih tinggi. Namun, kebanyakan dari peserta didik kebingungan dalam menyelesaikan persamaan-persamaan integral, sehingga diharapkan untuk pendidik dapat menjelaskan konsep integral dengan metode yang lebih mudah untuk dimengerti peserta didik.

DAFTAR PUSTAKA

Astuti, Anna Yuni. Miyanto., dan Noviana Endah Santoso. 2021. *Buku Interaktif Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Yogyakarta: PT Penerbit Intan Pariwara.

Integral. <https://id.m.wikipedia.com> . (Diakses tanggal 6 April 2023)

Integral. www.zhettybully.blogspot.com . (Diakses tanggal 6 April 2023)